

1 (базовый уровень, время – 1 мин)

Тема: Системы счисления и двоичное представление информации в памяти компьютера.

Теория:

- алгоритм перевода чисел между десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления
- представление отрицательных целых чисел в памяти в двоичном дополнительном коде:

1 способ:

1. перевести число в двоичную систему счисления,
2. инвертировать биты: заменить нули на единицы и единицы на нули в пределах разрядной сетки,
3. прибавляем 1 к результату, перенося 1 в следующий разряд в случае 2 единиц.

2 способ:

1. уменьшить число на 1 и перевести число в двоичную систему счисления,
2. сделать инверсию битов.

Правила представления чисел в двоичной системе:

1. четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
2. числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k , оканчиваются на k нулей
3. если число N принадлежит интервалу $2^{k-1} \leq N < 2^k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:
i. $2^6 = 64 \leq 125 < 128 = 2^7$, $125 = 1111101_2$ (7 цифр)
4. числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:
5. $16 = 2^4 = 10000_2$
6. числа вида $2^k - 1$ записываются в двоичной системе k единиц, например:
7. $15 = 2^4 - 1 = 1111_2$

если известна двоичная запись числа N , то двоичную запись числа $2 \cdot N$ можно легко получить, приписав в конец ноль, например:

$$15 = 1111_2, \quad 30 = 11110_2, \quad 60 = 111100_2, \quad 120 = 1111000_2$$

I. Системы счисления. 1_1.

1) Как представлено число 83_{10} в двоичной системе счисления?

- 1) 1001011_2 2) 1100101_2 3) 1010011_2 4) 101001_2

Решение (вариант 1, деление на основание системы счисления N):

- 1) $N = 2$,
2) последовательно делим число 83 на 2 = $1010011_2 \Rightarrow 3$.

Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):

- 1) представляем число суммой степеней двойки: $83 = 64 + 16 + 2 + 1 = 2^6 + 2^4 + 2^1 + 2^0 \Rightarrow 3$.

2) Как представлено число 25 в двоичной системе счисления?

- 1) 1001_2 2) 11001_2 3) 10011_2 4) 11010_2

3) Как представлено число 82 в двоичной системе счисления?

- 1) 1010010_2 2) 1010011_2 3) 100101_2 4) 1000100_2

4) Как представлено число 263 в восьмеричной системе счисления?

- 1) 301_8 2) 650_8 3) 407_8 4) 777_8

5) Как записывается число 567_8 в двоичной системе счисления?

- 1) 1011101_2 2) 100110111_2 3) 101110111_2 4) 11110111_2

6) Как записывается число $A87_{16}$ в восьмеричной системе счисления?

- 1) 435_8 2) 1577_8 3) 5207_8 4) 6400_8

7) Как записывается число 754_8 в шестнадцатеричной системе счисления?

- 1) 738_{16} 2) $1A4_{16}$ 3) $1EC_{16}$ 4) $A56_{16}$

II. Сколько единиц (двоичная система). 1_2_1.

1) Сколько единиц в двоичной записи числа 1025?

- 1) 1 2) 2 3) 10 4) 11

Вариант 1, прямой перевод:

- 1) переводим число 1025 в двоичную систему: $1025 = 10000000001_2$
2) считаем «1» $\Rightarrow 2$.

Вариант 2, разложение на сумму степеней двойки:

- 1) представляем число суммой степеней двойки: $1025 = 1024 + 1 = 2^{10} + 2^0$,
2) сколько в сумме различных степеней двойки – столько «1» $\Rightarrow 2$.

2) Сколько единиц в двоичной записи числа 195?

- 1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

3) Сколько единиц в двоичной записи числа 173?

- 1) 7 2) 5 3) 6 4) 4

4) Сколько единиц в двоичной записи числа 64?

- 1) 1 2) 2 3) 4 4) 6

5) Сколько единиц в двоичной записи числа 127?

- 1) 1 2) 2 3) 6 4) 7

6) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа 48?

- 1) 1 2) 2 3) 4 4) 6

7) Сколько значащих нулей в двоичной записи числа 254?

- 1) 1 2) 2 3) 4 4) 8

8) Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 513?

9) Сколько нулей в двоичной записи десятичного числа 497?

10) Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 245?

11) Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 501?

II. Сколько единиц (двоичная система). 1_2_1.

1) Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 65438?

2) Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 12348?

3) Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 61238?

4) Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 75128?

5) Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 12538?

6) Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 77158?

7) Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа 4FA716?

8) Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа 123416?

9) Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа 6AB116?

10) Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа 75BD16?

11) Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа 125316?

12) Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа 3FC516?

II. Укажите число. Обратная задача. 1_2_3.

- 1) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит ровно 3 единицы.
1) 1 2) 11 3) 3 4) 33
- 2) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит ровно 2 единицы.
1) 7 2) 11 3) 12 4) 15
- 3) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит ровно 4 единицы.
1) 15 2) 21 3) 32 4) 35
- 4) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит ровно 2 единицы.
1) 14 2) 16 3) 18 4) 31
- 5) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит ровно 3 единицы.
1) 8 2) 10 3) 12 4) 14
- 6) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит наибольшее количество единиц.
1) 13 2) 14 3) 15 4) 16
- 7) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит наибольшее количество единиц.
1) 23 2) 24 3) 25 4) 26
- 8) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит наибольшее количество значащих нулей.
1) 3 2) 8 3) 11 4) 15
- 9) Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит наибольшее количество значащих нулей.
1) 13 2) 18 3) 21 4) 25
- 10) (<http://ege.yandex.ru>) Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 5 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.
1) 15_{10} 2) 77_8 3) 345_8 4) FA_{16}

II. Укажите наименьшее число. Обратная задача. 1_2_4.

- 1) Укажите наименьшее четырёхзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 5 нулей. В ответе запишите только само шестнадцатеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 2) Укажите наименьшее четырёхзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 7 нулей. В ответе запишите только само шестнадцатеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 3) Укажите наибольшее четырёхзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 6 нулей. В ответе запишите только само шестнадцатеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 4) Укажите наибольшее четырёхзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 9 нулей. В ответе запишите только само шестнадцатеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 5) Укажите наименьшее четырёхзначное шестнадцатеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 6 нулей. В ответе запишите только само шестнадцатеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 6) Укажите наибольшее число, двоичная запись которого содержит ровно три значащих нуля и две единицы, причём единицы не стоят рядом. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 7) Укажите наименьшее четырёхзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит 6 единиц. В ответе запишите только само восьмеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 8) Укажите наименьшее четырёхзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 3 нуля. В ответе запишите только само восьмеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 9) Укажите наибольшее четырёхзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит 4 единицы. В ответе запишите только само восьмеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 10) Укажите наибольшее четырёхзначное восьмеричное число, двоичная запись которого содержит ровно 4 нуля. В ответе запишите только само восьмеричное число, основание системы счисления указывать не нужно.
- 11) Укажите наименьшее число, двоичная запись которого содержит ровно три значащих нуля и две единицы. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
- 12) Укажите наибольшее число, двоичная запись которого содержит ровно три значащих нуля и две единицы. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

I. Отношения. 1_3.

- 1) Дано: $a = D7_{16}$ и $b = 331_8$. Какое из чисел c , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < c < b$?

1) 11011001_2 2) 11011100_2 3) 11010111_2 4) 11011000_2

Решение:

- перевести все числа в одинаковую систему счисления и сравнить,
- выбор системы счисления –
 - минимум операций перевода,
 - простота анализа полученных чисел (2)

Вариант 1 - десятичная система:

- $a = D7_{16} = 13 \cdot 16 + 7 = 215$
- $b = 331_8 = 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8 + 1 = 217$
- $11011001_2 = 217$, $11011100_2 = 220$, $11010111_2 = 215$, $11011000_2 = 216$
- верный ответ – $216 \Rightarrow 4$.

Вариант 2 - двоичная система:

- $a = D7_{16} = 1101\ 0111_2 = 11010111_2$ (каждая цифра шестнадцатеричной системы *отдельно* переводится в четыре двоичных – *тетраду*, старшие нули можно не писать);
- $b = 331_8 = 011\ 011\ 001_2 = 11011001_2$ (каждая цифра восьмеричной системы *отдельно* переводится в три двоичных – *триаду*, старшие нули можно не писать);
- анализируем поразрядно число от старшего к младшему разряду, выделяем отличные части числа $b_r = 1001_2$, $a_r = 0111_2$, отсюда число между – 1000 , верный ответ - $11011000_2 \Rightarrow 4$.

Вариант 3 – восьмеричная/шестнадцатеричная системы:

- для 8-чной - нужно знать двоичную запись чисел от 0 до 7, двоичную запись числа разбиваем на триады **справа налево**, каждую триаду переводим *отдельно* в десятичную систему;
- для 16-чной - нужно знать двоичную запись чисел от 8 до 15, двоичную запись числа разбиваем на тетрады **справа налево**, каждую тетраду переводим в шестнадцатеричную систему; при этом тетрады можно переводить из двоичной системы в *десятичную*, а затем заменить все числа, большие 9, на буквы – A, B, C, D, E, F);

- 2) Дано: $a = 9D_{16}$, $b = 237_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

1) 10011010_2 2) 10011110_2 3) 10011111_2 4) 11011110_2

- 3) Дано: $a = F7_{16}$, $b = 371_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

1) 11111001_2 2) 11011000_2 3) 11110111_2 4) 11111000_2

- 4) Дано: $a = DD_{16}$, $b = 337_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?

1) 11011010_2 2) 11111110_2 3) 11011110_2 4) 11011111_2

- 5) Дано: $a = EA_{16}$, $b = 354_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11101010₂ 2) 11101110₂ 3) 11101011₂ 4) 11101100₂
- 6) Дано: $a = E7_{16}$, $b = 351_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11101010₂ 2) 11101000₂ 3) 11101011₂ 4) 11101100₂
- 7) Дано: $a = 322_8$, $b = D4_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11010011₂ 2) 11001110₂ 3) 11001010₂ 4) 11001100₂
- 8) Дано: $a = D1_{16}$, $b = 333_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11100011₂ 2) 11011010₂ 3) 10101101₂ 4) 11011101₂
- 9) Дано: $a = A7_{16}$, $b = 251_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10101100₂ 2) 10101010₂ 3) 10101011₂ 4) 10101000₂
- 10) Дано: $a = DD_{16}$, $b = 337_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11011010₂ 2) 11111110₂ 3) 11011111₂ 4) 11011110₂
- 11) Дано: $a = 222_8$, $b = 94_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10001010₂ 2) 10001110₂ 3) 10010011₂ 4) 10001100₂
- 12) Дано: $a = EA_{16}$, $b = 354_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 11101010₂ 2) 11101110₂ 3) 11101100₂ 4) 11101011₂
- 13) Дано: $a = AA_{16}$, $b = 255_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10101010₂ 2) 10111100₂ 3) 10100011₂ 4) 10101100₂
- 14) Дано: $a = 70_{10}$, $b = 40_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $b < C < a$?
- 1) 1000000₂ 2) 1000110₂ 3) 1000101₂ 4) 1000111₂
- 15) Дано: $a = 91_{16}$, $b = 352_8$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < C < b$?
- 1) 10001001₂ 2) 10001100₂ 3) 11010111₂ 4) 11111000₂

- 16) Дано: $a = 11100110_2$, $b = 271_8$. Какое из чисел C , записанных в шестнадцатеричной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a > C > b$?
- 1) AA_{16} 2) $B8_{16}$ 3) $D6_{16}$ 4) $F0_{16}$
- 17) Дано: $x = 1F4_{16}$, $y = 701_8$. Какое из чисел Z , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $y < Z < x$?
- 1) 111111001_2 2) 111100111_2 3) 110111100_2 4) 110110111_2
- 18) Дано: $a = 10110111_2$, $b = A6_{16}$. Какое из чисел C , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $b < C < a$?
- 1) 10111010_2 2) 10101010_2 3) 101010100_2 4) 10100010_2
- 19) Какое из чисел является наименьшим?
- 1) $E6_{16}$ 2) 347_8 3) 11100101_2 4) 232
- 20) Какое из чисел является наибольшим?
- 1) $9B_{16}$ 2) 234_8 3) 10011010_2 4) 153

III. Отношения. Количество. 1_3_2.

- 1) Даны 4 целых числа, записанные в двоичной системе:
 10001011 , 10111000 , 10011011 , 10110100 .
 Сколько среди них чисел, больших, чем $A4_{16} + 20_8$?
- 2) Даны 4 целых числа, записанные в двоичной системе:
 10101011 , 11001100 , 11000111 , 11110100 .
 Сколько среди них чисел, меньших, чем $BC_{16} + 20_8$?
- 3) Даны 4 целых числа, записанные в двоичной системе:
 11000000 , 11000011 , 11011001 , 11011111 .
 Сколько среди них чисел, больших, чем $AB_{16} + 25_8$?
- 4) Даны 4 целых числа, записанные в двоичной системе:
 10111010 , 10110100 , 10101111 , 10101100 .
 Сколько среди них чисел, меньших, чем $9C_{16} + 37_8$?
- 5) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11001011_2 < x < CF_{16}$.
- 6) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11000111_2 < x < CD_{16}$.
- 7) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11000011_2 < x < CA_{16}$.
- 8) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11010010_2 < x < DA_{16}$.
- 9) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11010111_2 < x < DB_{16}$.
- 10) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11010110_2 < x < DC_{16}$.
- 11) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11010011_2 < x < DF_{16}$.
- 12) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11001110_2 < x < DE_{16}$.
- 13) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11110000_2 < x < FA_{16}$.
- 14) Определите количество натуральных чисел, удовлетворяющих неравенству: $11100101_2 < x < FC_{16}$.

II. Память. 1_4.

1. Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-78)?

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

Вариант 1.

- 1) переводим 78 в двоичную систему счисления, добавляя «нули» до 8 бит в старшие разряды:

$$78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = \underline{0}1001110_2$$

- 2) делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):
- $$\begin{array}{r} 01001110_2 \\ 10110001_2; \end{array}$$

- 3) прибавляем единицу: $10110001_2 + 1 = 10110010_2$;

- 4) в записи числа 4 единицы \Rightarrow ответ – 2.

Вариант 2.

- 1) уменьшаем число на 1, переводим в двоичную систему счисления, добавляя «нули» до 8 бит в старшие разряды

$$78 - 1 = 77$$

$$77 = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = \underline{0}1001101_2$$

- 2) делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):
- $$\begin{array}{r} 01001101_2 \\ 10110010_2 \end{array}$$

- 3) в записи числа 4 единицы \Rightarrow ответ – 2.

2. Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-128)?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

3. Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-35)?

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

III. Разное. 1_5.

1. (<http://ege.yandex.ru>) Сколько единиц в троичной записи десятичного числа 243?
2. (<http://ege.yandex.ru>) Сколько единиц в троичной записи десятичного числа 242?

3. Вычислите: $10101010_2 - 252_8 + 7_{16}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.
4. Вычислите: $10101011_2 - 253_8 + 6_{16}$. Ответ запишите в десятичной системе счисления.

5. Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 5 единиц. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

1) $31_{10} * 8_{10} + 1_{10}$ 2) $F0_{16} + 1_{10}$ 3) 351_8 4) 11100011_2

6. Даны 4 числа, они записаны с использованием различных систем счисления. Укажите среди этих чисел то, в двоичной записи которого содержится ровно 4 единицы. Если таких чисел несколько, укажите наибольшее из них.

1) $15_{10} * 16_{10} + 4_{10}$ 2) $D7_{16} + 1_{10}$ 3) 344_8 4) 11100001_2