

13. Дискретная форма представления числовой, текстовой, графической и звуковой информации (базовый уровень, время – 1 мин)

Тема: Системы счисления, представление информации в памяти компьютера.

Теория: алгоритмы перевода чисел между десятичной, двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системами счисления:

N → 10:

$$152,43_{10} = \underline{1} * 10^2 + \underline{5} * 10 + \underline{2} * 10^0 + \underline{4} * 10^{-1} + \underline{3} * 10^{-2}$$

$$a_n.a_2a_1a_0.a_{-1}..a_{-m} = a_n * N^n + \dots + a_1 * N^1 + a_0 + a_{-1} * N^{-1} + \dots + a_{-m} * N^{-m}$$

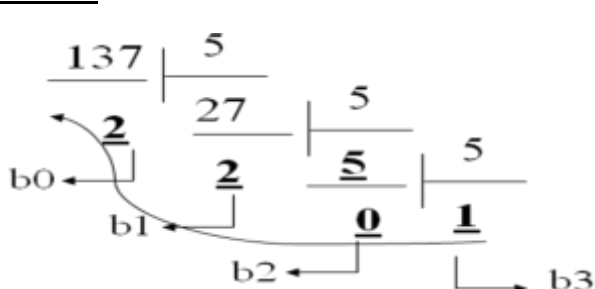
1. Целая часть – цифры умножаем на вес разряда,

2. Дробная часть – цифры делим на вес разряда.

$$\boxtimes 152,43_8 = \underline{1} * N^2 + \underline{5} * N + \underline{2} + \underline{4} * N^{-1} + \underline{3} * N^{-2} = \underline{1} * 64 + \underline{5} * 8 + \underline{2} + \underline{4} / 8 + \underline{3} / 64 = 106 + 35 / 64$$

$$101,11_2 = \underline{1} * 2^2 + \underline{0} * 2 + \underline{1} + \underline{1} * 2^{-1} + \underline{1} * 2^{-2} = 5 + 1/2 + 1/4 = 5,75$$

10 → N:



$$137 = a_3 * 10^3 + a_2 * 10^2 + a_1 * 10^1 + a_0 =$$

$$(a_3=0, a_2=1, a_1=3, a_0=7)$$

$$= b_3 * 10_5^3 + b_2 * 10_5^2 + b_1 * 10_5^1 + b_0$$

$$= b_3 * 5^3 + b_2 * 5^2 + b_1 * 5^1 + b_0$$

$$= b_3 * 125 + b_2 * 25 + b_1 * 5 + b_0$$

$$= 1 * 125 + 0 * 25 + 2 * 5 + 2 = 1022_5$$

1. Целая часть числа: последовательно делим на N –

- остаток - цифра разряда числа,
- частное делим на N, пока остаток больше N,
- число – запись остатков в обратном порядке.

2. Дробная часть – последовательно умножаем на N –

- целая часть - цифра разряда числа,
- дробная часть умножаем на N до нуля,
- число – запись целых в прямом порядке.

«8»:

$$2 \rightarrow 8: \quad 2 = 2^1, I=1,$$

1 разряд двоичного числа – 1 бит информации,

$$8 = 2^3, I=3, \quad 1 \text{ разряд «8» числа – 3 бита информации}$$

$$111010, 10101_2 = 111\ 010, 101\ 010_2$$

$$111_2 = 7, 010_2 = 2, 101_2 = 5, 010_2 = 2 \rightarrow = 72,52_8$$

8 → 2: - каждая цифра в двоичную триаду

$$26,34_8 = 010\ 110, 011\ 100_2 = 10110, 0111$$

- для 8-чной - нужно знать двоичную запись чисел от 0 до 7, двоичную запись числа разбиваем на триады **справа налево**, каждую триаду переводим *отдельно* в десятичную систему;

«2» триады	000	001	010	011	100	101	110	111
«8» цифры	0	1	2	3	4	5	6	7

Пример:

- $b = 331_8 = 011\ 011\ 100_2 = 1101100_2$ - каждая цифра восьмеричной системы *отдельно* переводится в три двоичных – *триаду*, старшие нули можно не писать.

«16»:

$$2 \rightarrow 16: \quad 16 = 2^4, I=4,$$

1 разряд шестнадцатеричного числа – 4 бита информ..

$$111010, 10101_2 = 11\ 1010, 1010\ 1000_2$$

$$11_2 = 3, 1010_2 = 10_{10} = A, 1010_2 = A, 1000_2 = 8 \rightarrow = 3A, A8_{16}$$

16 → 2: - каждая цифра в двоичную тетраду

$$6C,34_{16} = 0110\ 1100, 0011\ 0100_2 = 1101100, 001101_2$$

- для 16-чной - нужно знать двоичную запись чисел от 8 до 15, двоичную запись числа разбиваем на тетрады **справа налево**, каждую тетраду переводим в шестнадцатеричную систему; при этом тетрады можно переводить из двоичной системы в *десятичную*, а затем заменить все числа, большие 9, на буквы – А, В, С, D, E, F);

«2» тетрады	0000	0001	1000	1001	1010	1011	1111
«16» цифры	0	1	8	9	A	B	F

Правила представления чисел в двоичной системе:

1. четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
2. числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k , оканчиваются на k нулей
3. если число N принадлежит интервалу $2^{k-1} \leq N < 2^k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:
 - i. $2^6 = 64 \leq 125 < 128 = 2^7$, $125 = 1111101_2$ (7 цифр)
4. числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:
 $16 = 2^4 = 10000_2$
5. числа вида 2^k-1 записываются в двоичной системе k единиц, например:
 $15 = 2^4-1 = 1111_2$
6. если известна двоичная запись числа N , то двоичную запись числа $2 \cdot N$ можно легко получить, приписав в конец ноль, например:
 $15 = 1111_2$, $30 = 11110_2$, $60 = 111100_2$, $120 = 1111000_2$

I. Перевод из «2» системы счисления в «10»

- 1) 1. Задание 13 № 13. Переведите двоичное число 1101101 в десятичную систему счисления.
 $1101101_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 32 + 8 + 4 + 1 = 109.$
- 2) 2. Задание 13 № 33. Переведите двоичное число 1110001 в десятичную систему счисления.
- 3) 3. Задание 13 № 53. Переведите двоичное число 1100111 в десятичную систему счисления.
- 4) 4. Задание 13 № 73. Переведите двоичное число 1110011 в десятичную систему счисления.
- 5) 5. Задание 13 № 93. Переведите двоичное число 1101001 в десятичную систему счисления.
- 6) 6. Задание 13 № 113. Переведите двоичное число 1110101 в десятичную систему счисления.
- 7) 7. Задание 13 № 133. Переведите двоичное число 1100011 в десятичную систему счисления.
- 8) 15. Задание 13 № 293. Переведите двоичное число 1100110 в десятичную систему счисления.
- 9) 16. Задание 13 № 313. Переведите двоичное число 1111001 в десятичную систему счисления.
- 10) 17. Задание 13 № 333. Переведите двоичное число 1101100 в десятичную систему счисления.
- 11) 24. Задание 13 № 474. Переведите число 10111 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления.
- 12) 27. Задание 13 № 534. Переведите число 11001 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления..
- 13) 28. Задание 13 № 554. Переведите число 10101001 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 14) 29. Задание 13 № 574. Переведите число 1101011 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 15) 35. Задание 13 № 694. Переведите число 100110111 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления.
- 16) 37. Задание 13 № 757. Переведите число 101110 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 17) 38. Задание 13 № 777. Переведите число 1011101 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 18) 39. Задание 13 № 809. Переведите число 101010 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 19) 40. Задание 13 № 829. Переведите число 110101 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 20) 43. Задание 13 № 892. Переведите число 111001 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.

- 21) 44. Задание 13 № 912. Переведите число 110110 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 22) 45. Задание 13 № 932. Переведите число 100101 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 23) 46. Задание 13 № 952. Переведите число 111011 из двоичной системы счисления в десятичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
- 24) 49. Задание 13 № 1084. Некоторое число в двоичной системе счисления записывается как 1010110. Запишите это число в десятичной системе счисления.
- 25) 50. Задание 13 № 1107. Переведите двоичное число 1110110 в десятичную систему счисления.

II. Перевод из «10» системы счисления в «2»

Пример 1. Переведите число 83 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления?

Решение (вариант 1, деление на основание системы счисления N):

- 1) $N = 2$,
- 2) последовательно делим число 83 на 2 = 1010011₂ \Rightarrow 3.

Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):

- 1) представляем число суммой степеней двойки: $83 = 64 + 16 + 2 + 1 = 2^6 + 2^4 + 2^1 + 2^0 \Rightarrow 3$.

Пример 2. Переведите число 1025 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц

Вариант 1, прямой перевод:

- 1) переводим число 1025 в двоичную систему: $1025 = 10000000001_2$
- 2) считаем «1» \Rightarrow 2.

Вариант 2, разложение на сумму степеней двойки:

- 1) представляем число суммой степеней двойки: $1025 = 1024 + 1 = 2^{10} + 2^0$,
- 2) сколько в сумме различных степеней двойки – столько «1» \Rightarrow 2.

Задания:

1. 8. Задание13 № 153. Переведите число 135 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
2. 9. Задание13 № 173. Переведите число 125 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
3. 10. Задание13 № 193. Переведите число 121 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
4. 11. Задание13 № 213. Переведите число 134 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
5. 12. Задание13 № 233. Переведите число 143 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
6. 13. Задание13 № 253. Переведите число 141 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
7. 14. Задание13 № 273. Переведите число 126 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
8. 18. Задание 13 № 354. Переведите число 111 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
9. 19. Задание13 № 374. Переведите число 100 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
10. 20. Задание13 № 394. Переведите число 97 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
11. 21. Задание13 № 414. Переведите число 132 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.

12. 30. Задание13 № 594. Переведите число 156 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
13. 31. Задание13 № 614. Переведите число 147 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
14. 32. Задание13 № 634. Переведите число 245 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
15. 33. Задание13 № 654. Переведите число 143 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько значащих нулей содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество нулей.
16. 34. Задание13 № 674. Переведите число 305 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
17. 36. Задание13 № 714. Переведите число 126 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. В ответе укажите двоичное число. Основание системы счисления указывать не нужно.
18. 41. Задание13 № 851. Переведите число 68 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
19. 42. Задание13 № 871. Переведите число 140 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
20. 47. Задание13 № 1024. Переведите число 41 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
21. 48. Задание13 № 1044. Переведите число 62 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. В ответе напишите полученное число.
22. 51. Задание13 № 1127. Переведите десятичное число 189 в двоичную систему счисления.
23. 52. Задание13 № 1147. Переведите число 147 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько нулей содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество значащих нулей.
24. 53. Задание13 № 1246. Переведите число 259 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. Сколько единиц содержит полученное число? В ответе укажите одно число — количество единиц.
25. 118. Переведите число 120 из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления. В ответе укажите двоичное число. Основание системы счисления указывать не нужно.
- 26.

III. «8» система счисления

1. 23. Задание13 № 454. Переведите число 73 из восьмеричной системы счисления в двоичную систему счисления.
2. Как записывается число 567_8 в двоичной системе счисления?
3. Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 6543_8 ?
4. Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 1234_8 ?
5. Сколько единиц в двоичной записи восьмеричного числа 6123_8 ?
6. Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 7512_8 ?
7. Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 1253_8 ?
8. Сколько значащих нулей в двоичной записи восьмеричного числа 7715_8 ?
9. 25. Задание13 № 494. Переведите число 150 из восьмеричной системы счисления в десятичную систему счисления.
10. Как представлено число 263 в восьмеричной системе счисления?

IV. «16» система счисления

1. 22. Задание13 № 434. Переведите число FE из шестнадцатеричной системы счисления в двоичную систему счисления.
2. Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $4FA7_{16}$?
3. Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа 1234_{16} ?
4. Сколько единиц в двоичной записи шестнадцатеричного числа $6AB1_{16}$?
5. Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа $75BD_{16}$?
6. Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа 1253_{16} ?
7. Сколько значащих нулей в двоичной записи шестнадцатеричного числа $3FC5_{16}$?
8. 26. Задание13 № 514. Переведите число A2 из шестнадцатеричной системы счисления в десятичную систему счисления.
9. Как записывается число $A87_{16}$ в восьмеричной системе счисления?
10. Как записывается число 754_8 в шестнадцатеричной системе счисления?

V. Кодирование графики, звука.

$N = 2^I$, где

N – количество цветов / уровней громкости,

I – количество бит, выделенных для хранения кода цвета, уровней громкости.

Палитра – это ограниченный набор цветов, которые используются в изображении,

- палитра состоит из 2^I различных цветов, при глубине кодирования I бит,
- цвете пикселя – это номер/код его цвета в палитре, код цвета пикселя – 2^i возможных вариантов.
- в режиме True Color (истинного цвета) палитра состоит из $256^3 = 2^{24} = 16\,777\,216$ цветов
- глубина цвета (I) и количество цветов в палитре N , они связаны формулой: $N = 2^I$;
- таблица степеней двойки: сколько вариантов N (цветов) можно закодировать с помощью I бит:

I , бит (глубина цвета)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N , вариантов (цветов)	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
I , бит (глубина цвета)	11	12	13	14	15	16				24
N , вариантов (цветов)	2048	4096	8192	16384	32768	65536				≈16млн

Пример. Число цветов. Палитра:

Для хранения растрового изображения размером 32×32 пикселя отвели 512 байтов памяти. Каково максимально возможное число цветов в палитре изображения?

Решение: определяем -

- 1) общее количество пикселей - $Q = 32 \cdot 32 = 2^5 \cdot 2^5 = 2^{10}$
- 2) объем памяти в битах - $V = 512 \text{ байт} = 2^9 \text{ байт} = 2^9 \cdot 2^8 \text{ бит} = 2^{12} \text{ бит}$
- 3) глубину цвета (количество бит на пиксель) – $I = 2^{12} / 2^{10} = 2^2 = 4$ бита;
- 4) число цветов в палитре - $2^4 = 16$.

Ответ – 16 цветов.

- 1.318. Для записи кода цвета в информационной системе выделили 4 бита. Какое максимальное количество различных цветов может храниться в системе?
- 2.418. Для записи уровня громкости в информационной системе выделили 6 бит. Какое максимальное количество уровней громкости может храниться в системе?
- 3.718. Для записи кода цвета в информационной системе выделили 5 бит. Какое максимальное количество различных цветов может храниться в системе?
- 4.818. Для записи уровня громкости в информационной системе выделили 8 бит. Какое максимальное количество уровней громкости может храниться в системе?
- 5.1218. Для записи уровня громкости в информационной системе выделили 7 бит. Какое максимальное количество уровней громкости может храниться в системе?
- 6.1318. Для записи кода цвета в информационной системе выделили 3 бита. Какое максимальное количество различных цветов может храниться в системе?

VI. Количество информации. Кодирование графики, звука.

$$2^I \geq N, \text{ где}$$

I – количество бит, выделенных для хранения кода цвета, уровней громкости ,

N – количество цветов / уровней громкости.

1.1618. В информационной системе необходимо хранить 256 уровней громкости записываемого звука. Какое минимальное количество бит должно использоваться в информационной системе для хранения кода одного значения уровня громкости?

1.1718. В информационной системе необходимо хранить 64 различных символа. Какое минимальное количество бит должно использоваться в информационной системе для хранения кода одного символа?